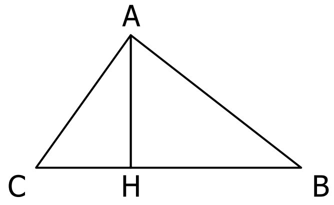
EXERCICE 1 - RENNES 2000.

Dans le triangle ABC (croquis ci-contre), on donne :

- ➔ [AH] hauteur issue de A
- ➔ AH = 5 cm
- ➔ AB = 8 cm
- ➔ $\widehat{ACH} = 51°$



On ne demande pas de refaire la figure.

1. ***a)*** Déterminer la valeur, arrondie au dixième de degré, de l'angle $\widehat{HBA}$.

b) Le triangle ABC est-il rectangle en A ?

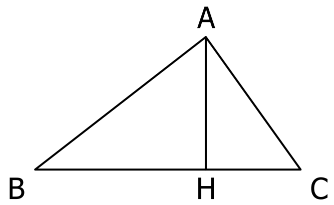
2. Calculer la valeur arrondie au millimètre prés de la longueur du segment [HB].

3. Calculer la valeur arrondie au millimètre prés de la longueur du segment [CH].

4. Déterminer une valeur approchée de l'aire du triangle ABC.

EXERCICE 2 - AFRIQUE 2000

La figure ci-dessous n'est pas en vrai grandeur.



On donne les longueurs suivantes en cm :

- ➔ BH = 5,8
- ➔ HC = 4,5
- ➔ AC = 7,5
- ➔ AH = 6

1. En utilisant uniquement une règle graduée et un compas, construire cette figure en vraie grandeur (laisser les traits de construction apparents).

2. Démontrer que le triangle ACH est rectangle en H.

3. Calculer l'aire du triangle ABC.

4. Soit M le milieu de [AC], et D le symétrique de H par rapport à M.

Placer M et D sur la figure réalisée à la question 1.

Démontrer que le quadrilatère ADCH est un rectangle.

EXERCICE 3 - POLYNESIE 2000.

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

AC = 5 cm et l'angle $\widehat{ACB} = 40°$.

1. Faire la figure en vraie grandeur.

2. Calculer AB ; on donnera la valeur arrondie au mm.

3. Tracer la hauteur issue de A : elle coupe [BC] en H.

Calculer AH et en donner la valeur arrondie au mm.

EXERCICE 4 - AMIENS 1999.

Soit [IJ] un segment de longueur 8 cm.

Sur le cercle (C) de diamètre [IJ], on considère un point K tel que IK = 3,5 cm.

1. Faire la figure.

2. Démontrer que le triangle IJK est rectangle.

3. Calculer JK (on donnera le résultat arrondi au mm).

4. Calculer à un degré prés la mesure de l'angle $\widehat{KIJ}$.

EXERCICE 5 - LILLE 1999.

On appelle (C) le cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que : AB = 8cm.

M est un point du cercle tel que : $\widehat{BAM} = 40°$.

1. Faire la figure en vraie grandeur.

2. Quelle est la nature du triangle BAM ? Justifier.

3. Calculer la longueur BM arrondie à 0,1 cm prés.

EXERCICE 6 - POLYNESIE 1999.

L'unité de longueur est le mètre.

Un triangle isocèle SAB est tel que SA = SB = 6 et AB = 8.

1. Construire ce triangle à l'échelle $\frac{1}{100}$.

2. Tracer la hauteur qui passe par le sommet S.

Cette hauteur coupe le côté [AB] au point I.

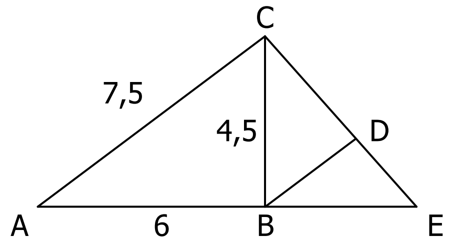
a) Expliquer pourquoi IA = 4.

b) Calculer le cosinus de l'angle $\widehat{IAS}$.

c) En déduire la valeur, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{IAS}$.

EXERCICE 7 - ASIE 2000.

On considère la figure ci-dessous :



On donne AB = 6 cm ; AC = 7,5 cm ; BC = 4,5 cm.

Sur le schéma, les dimensions ne sont pas respectées.

E est le point de [AB) tel que AE = 10 cm.

La parallèle à (AC) passant par B coupe (CE) en D.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

2. Calculer la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BCE}$.

3. Déterminer la mesure du segment [BD].

La Providence - Montpellier

CORRIGE – M. QUET

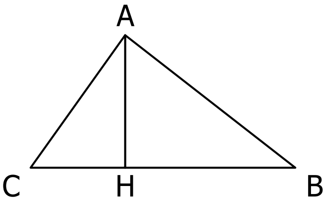
EXERCICE 1 - RENNES 2000.

[AH] hauteur issue de A ,

AH = 5 cm ,

AB = 8 cm,

$\widehat{ACH} = 51°$



1. ***a)*** Le triangle HAB est rectangle en H :

$$\sin \widehat{HBA} = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{8}$$

$$\widehat{HBA} = \sin^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) \simeq 38,7°$$

b) La somme des angles d'un triangle vaut 180° :

$\widehat{HBA} + \widehat{HAB} + \widehat{AHB} = 180$

$38,7 + 51 + \widehat{AHB} = 180$

$\widehat{AHB} = 180 - (38,7 + 51) = 180 - 89,7 = 90,3°$

Le triangle ABC n'est pas rectangle.

2. Le triangle HAB est rectangle en H : d'après le **théorème de Pythagore** (ici plus précis) :

$$AH^2 + HB^2 = AB^2$$

$$5^2 + HB^2 = 8^2$$

$$HB^2 = 8^2 - 5^2 = 64 - 25 = 39$$

$$HB = \sqrt{39} \simeq 6,2 \text{ cm}$$

3. Le triangle HAC est rectangle en H :

$$\tan \widehat{ACH} = \frac{HA}{HC}$$

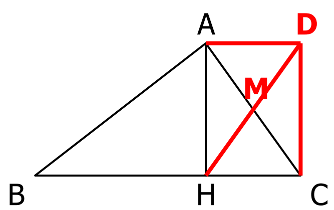
$$\tan 51 = \frac{5}{HC}$$

$$HC = \frac{5}{\tan 51} \simeq 4 \text{ cm}$$

4. Aire du triangle ABC :

$$\frac{BC \times AH}{2} = \frac{(6,2+4) \times 5}{2} = 25,5 \text{ cm}^2$$

EXERCICE 2 - AFRIQUE 2000



On donne les longueurs suivantes en cm :

- ➔ BH = 5,8
- ➔ HC = 4,5
- ➔ AC = 7,5
- ➔ AH = 6

1. En utilisant uniquement une règle graduée et un compas, construire cette figure en vraie grandeur (laisser les traits de construction apparents).

2. Le plus grand côté est [AC] : $AC^2 = 7,5^2 = 56,25$

$$AH^2 + HC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 56,25$$

Ainsi $AC^2 = AH^2 + HC^2$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ACH est rectangle en H.

3. Aire du triangle ABC :

$$\frac{BC \times AH}{2} = \frac{(5,8+4,5) \times 6}{2} = 30,9 \text{ cm}^2$$

4. M est le milieu de [AC] et de [HD].

Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, c'est un parallélogramme.

Donc ADCH est un parallélogramme.

Or $\widehat{AHC}$ = 90° : un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

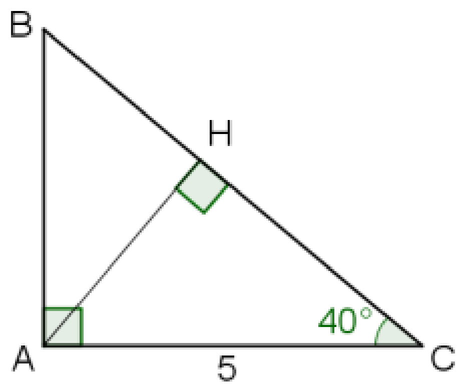
Donc ADCH est un rectangle.

EXERCICE 3 - POLYNESIE 2000.

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

AC = 5 cm et l'angle $\widehat{ACB} = 40°$.

1. Figure en vraie grandeur :



2. Calcul de AB : $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$

$$\tan 40 = \frac{AB}{5}$$

$$AB = 5 \times \tan 40 \simeq 4,2 \text{ cm}$$

3. Tracer la hauteur issue de A : elle coupe [BC] en H.

Le triangle ACH est rectangle en H :

$$\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC}$$

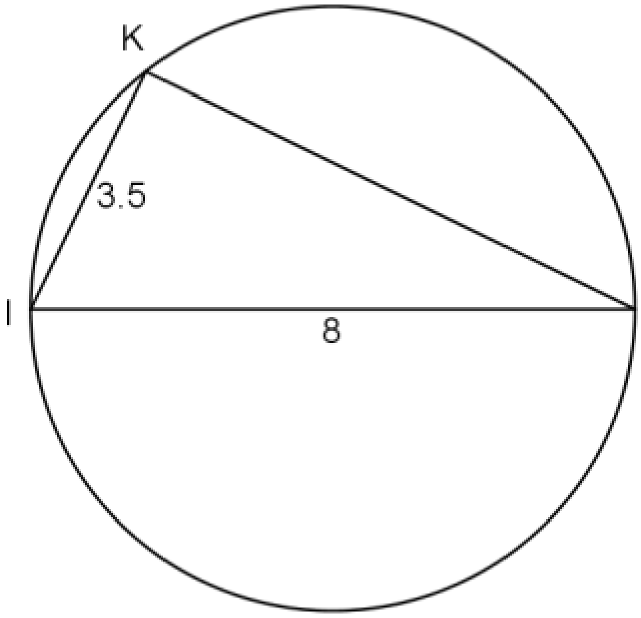
$$\sin 40 = \frac{AH}{5}$$

$$AH = 5 \times \sin 40 \simeq 3,2 \text{ cm}$$

EXERCICE 4 - AMIENS 1999.

Sur le cercle (C) de diamètre [IJ] mesurant 8 cm, on considère un point K tel que IK = 3,5 cm.

1. Faire la figure.



2. Les points I, J, K sont sur un cercle de diamètre [IJ]
Si trois points sont sur un cercle et si deux de ces points sont les extrémités d'un diamètre, le triangle formé par ces points est rectangle.
Donc le triangle IJK est rectangle en K.

3. D'après le **théorème de Pythagore** :

$$IK^2 + JK^2 = IJ^2$$
$$3{,}5^2 + JK^2 = 8^2$$
$$JK^2 = 8^2 - 3{,}5^2 = 51{,}75$$
$$JK = \sqrt{51{,}75} \simeq 7{,}2 \text{ cm}$$

4. $\cos \widehat{KIJ} = \dfrac{IK}{IJ} = \dfrac{3{,}5}{8}$

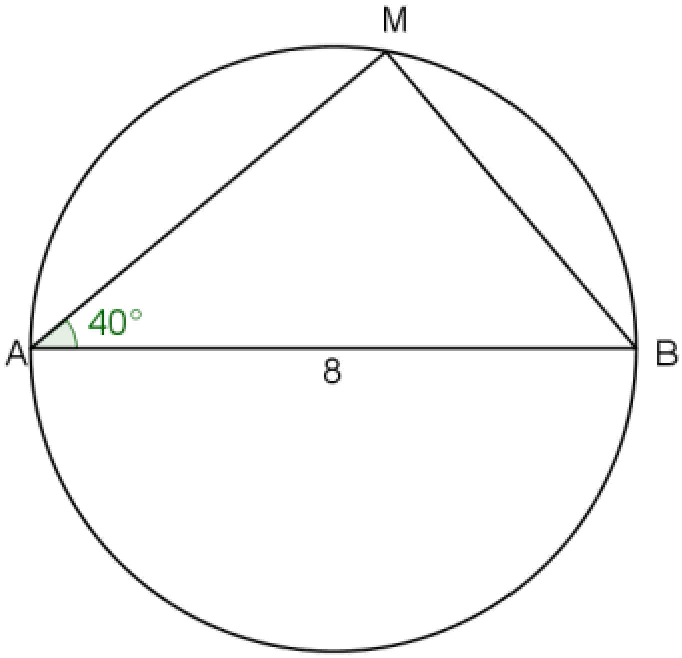
$$\widehat{KIJ} = \cos^{-1}\left(\frac{3{,}5}{8}\right) \simeq 64°$$

EXERCICE 5 - LILLE 1999.

Soit le cercle (C) de diamètre [AB] tel que : AB = 8 cm.

M est un point du cercle tel que : $\widehat{BAM} = 40°$.

1. Faire la figure en vraie grandeur :



2. Les points A, B, M sont sur un cercle de diamètre [AB]
Si trois points sont sur un cercle et si deux de ces points sont les extrémités d'un diamètre, le triangle formé par ces points est rectangle.
Donc le triangle ABM est rectangle en M.

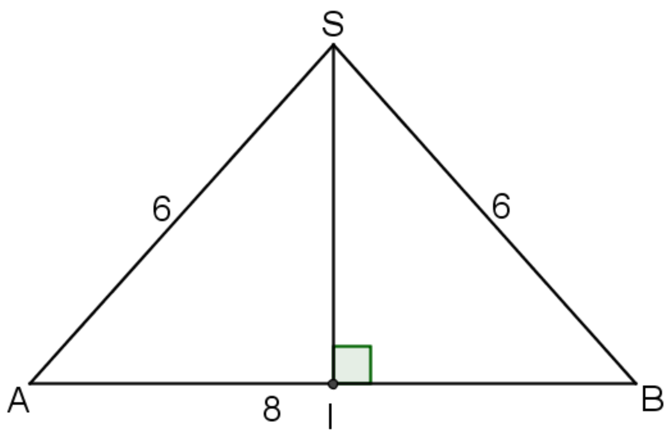
3. $\sin \widehat{BAM} = \dfrac{BM}{AB}$

$$\sin 40 = \frac{BM}{8}$$
$$BM = 8 \times \sin 40 \simeq 5{,}1 \text{ cm}$$

EXERCICE 6 - POLYNESIE 1999.

L'unité de longueur est le mètre.
Un triangle isocèle SAB est tel que SA = SB = 6 et AB = 8.

1. Construire ce triangle à l'échelle $\dfrac{1}{100}$:



2. La hauteur issue du sommet S coupe [AB] au point I.

a) Dans un triangle isocèle, les droites remarquables issues du sommet principal sont confondues, donc la hauteur issue du sommet S est aussi une médiane et $IA = \dfrac{AB}{2} = 4$.

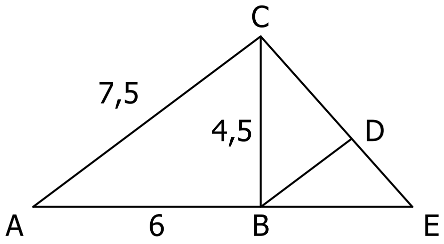
b) Le triangle IAS est rectangle en I :

$$\cos \widehat{IAS} = \frac{AI}{AS} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

c) $\widehat{IAS} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{6}\right) \simeq 48,2°$

EXERCICE 7 - ASIE 2000.

On considère la figure ci-dessous :



On donne AB = 6 cm ; AC = 7,5 cm ; BC = 4,5 cm.

E est le point de [AB) tel que AE = 10 cm.
La parallèle à (AC) passant par B coupe (CE) en D.

1. Le plus grand côté est [AC] : $AC^2 = 7,5^2 = 56,25$

$$AB^2 + BC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 56,25$$

Ainsi $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en B.

2. De même, le triangle BCE est rectangle en B.

BE = AE – AB = 10 – 6 = 4 cm

Ainsi :

$$\tan \widehat{BCE} = \frac{BE}{BC} = \frac{4}{4,5}$$

$$\widehat{BCE} = \tan^{-1}\left(\frac{4}{4,5}\right) \simeq 42°$$

3. Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en E et (AC) // (BD)

D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{EB}{EA} = \frac{ED}{EC} = \frac{BD}{AC}$

$$\frac{4}{10} = \frac{ED}{EC} = \frac{BD}{7,5}$$

$$10 \times BD = 4 \times 7,5$$

$$BD = \frac{4 \times 7,5}{10} = 3 \text{ cm}$$