3ème La Providence

Contrôle de Mathématiques

Exercice 1 :

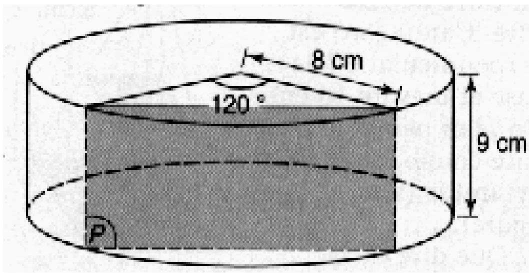
Une statue pesant 1000 kg a nécessité 63 kg de peinture.
Une maquette de cette statue a elle nécessité 7 kg de peinture.

1. Quelle est l'échelle de réduction de cette maquette ?
2. Quel est le poids, arrondi au gramme près, de cette maquette ?

Exercice 2 :

Un plan P coupe un cylindre de 9 cm de haut et de 8 cm de rayon comme il est indiqué sur la figure.

1) Dessiner une vue de dessus.
2) Déterminer la nature de la section du cylindre par le plan P
3) Déterminer les dimensions de la section du cylindre par le plan P.



EXERCICE 3 : Le château d'eau

Un château d'eau (figure 1) a la forme d'un cylindre surmonté d'une partie de cône représentée sur la figure 2 en trait gras.

Le cône de hauteur SO a été coupé par un plan parallèle à sa base passant par le point I.

On donne SO = 8,1 m , SB = 13,5 m et OB = 10,8 m

On rappelle que le volume V d'un cône de base B et de hauteur h est donné par la formule suivante :

$$V = \frac{1}{3}Bh.$$

Figure 1

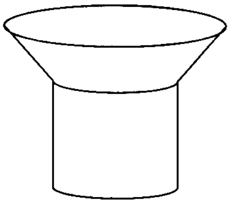
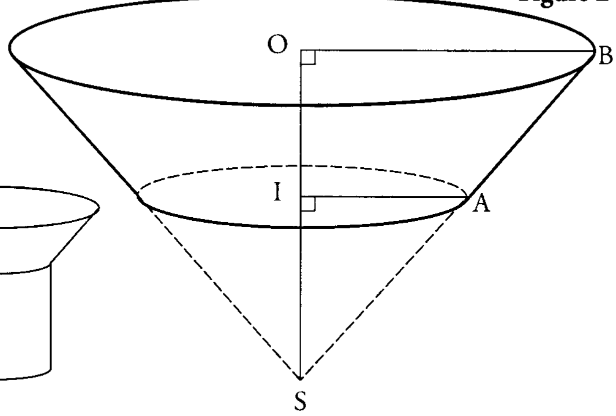


Figure 2



1) Calculer le volume du cône de sommet S et de base le disque de rayon [OB]. Arrondir le résultat au m^3 le plus proche.

2) On donne SI = 3,6 m.

a) Calculer **le coefficient de réduction k** du cône de sommet S et de base le disque de rayon [IA] par rapport au grand cône de sommet S et de base le disque de rayon [OB].

b) Calculer IA et SA **en utilisant le coefficient k**.

c) Calculer le volume du cône de sommet S et de base le disque de rayon [IA] **en utilisant le coefficient k**. Arrondir le résultat au m^3 le plus proche.

3) Calculer le volume de la partie de cône représentée à la figure 2 en trait gras.

EXERCICE 4 :

1) Quel est le volume de la Terre considérée comme une boule de 6 400 km de rayon ?
Donner le résultat en écriture scientifique en km^3.
2) La surface de la Terre est recouverte à 79 % par les mers et océans.
Quelle surface représentent les Terres émergées ?

BONUS

Jusqu'à quelle hauteur, à peu près, faut-il remplir un verre conique de 15 cm de haut pour le remplir d'un volume d'eau égal au tiers du volume du verre (Apportez toutes les explications nécessaires) ?

(on donne : $\sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,6933$)

Contrôle de Mathématiques – CORRIGE – La Providence - Montpellier

Exercice 1 :

Une statue pesant 1000 kg a nécessité 63 kg de peinture. Une maquette de cette statue a elle nécessité 7 kg de peinture.

1. Les seules données correspondantes concernent de quantité de peinture, or cette quantité de peinture est liée à la surface des objets, donc le coefficient de réduction est donné par :

$$k^2 = \frac{s}{S} = \frac{7}{63} = \frac{1}{9} \qquad \text{et} \qquad k = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

2. Les rapports de poids entre la statue et sa maquette sont liés par le coefficient k^3 donc :

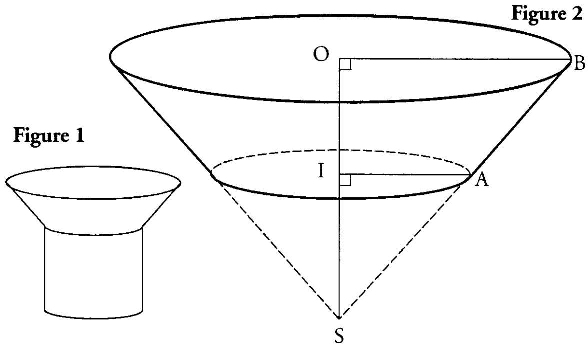
$$k^3 = \frac{p}{P} \qquad \text{donc :} \qquad p = k^3 \times P = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 1000 = \frac{1000}{27} \simeq 37$$ → la maquette pèse environ 37 kg

Exercice 2 : Un plan P coupe un cylindre de 9 cm de haut et de 8 cm de rayon.

2) La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle.
3) La largeur du rectangle est la hauteur du cylindre soit 9 cm.
   Pour calculer la longueur, on se place sur le disque de base de rayon 8 cm.
   Dans le triangle isocèle d'angle au sommet 120°, on trace la hauteur qui est aussi une bissectrice : on obtient un triangle rectangle d'angle $O = 60°$
   La trigonométrie dans ce triangle rectangle donne : $AH = OA \times \sin 60 = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \simeq 6,9cm$
   La longueur AB du rectangle de coupe est : $AB = 2 \times AH = 2 \times 6,9 = 13,8cm$

EXERCICE 3 : Le château d'eau

Le cône de hauteur SO a été coupé par un plan parallèle à sa base passant par le point I.
On donne SO = 8,1 m , SB = 13,5 m et OB = 10,8 m.



1) Volume du cône :

$$V = \frac{base \times hauteur}{3} = \frac{\pi \times OB^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 10,8^2 \times 8,1}{3}$$

$$V \simeq 989,4 m^3$$

2) On donne SI = 3,6 m.
   a) Le coefficient de réduction est le rapport des hauteurs
   donc : $k = \frac{SI}{SO} = \frac{3,6}{8,1} = \frac{4}{9}$
   b) Rapport des rayons : $IA = k \times OB = \frac{4}{9} \times 10,8 = 4,8m$
   Rapport des génératrices : $SA = k \times SB = \frac{4}{9} \times 13,5 = 6m$
   c) Volume du petit cône : $v = k^3 \times V \simeq \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times 989,4 \simeq 87 m^3$
3) Volume de la partie supérieure du grand cône = $V - v = 989,4 - 87 = 902,4 m^3$

EXERCICE 4 :

1) Volume de la Terre considérée comme une boule de 6 400 km de rayon :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 6400^3 \simeq 1,098 \times 10^{12}\ km^3$$ soit environ 1,098 milliards de km^3.

2) Surface de la Terre considérée comme une sphère de 6 400 km de rayon :

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \times 6400^2 \simeq 5,15 \times 10^8\ km^2$$ soit environ 515 millions de km^2.

La surface de la Terre est recouverte à 79 % par les mers et océans. Les Terres émergées étant hors de l'eau , elles représentent donc 21 % de la surface de la terre, soit :

$$s = 21\% \times S = \frac{21}{100} \times 5,15 \times 10^8 \simeq 1,08 \times 10^8 km^2$$ soit environ 108 millions de km^2.