3ème

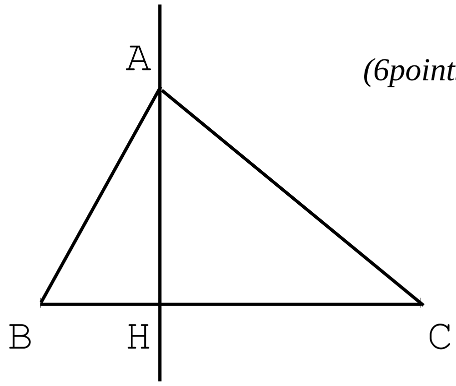
Contrôle de Mathématiques

Exercice 1 : *(3 points)*

Existe-t-il un angle x tel que : $\sin x = \dfrac{\sqrt{11}}{6}$ et $\cos x = \dfrac{5}{6}$?

Si oui, calculer tan x.

Exercice 2 : *(6points)*



On considère, dans la figure ci-contre, que :

$\sin \widehat{ACH} = \dfrac{4}{5}$; AB = 13 cm ; AH = 12 cm ; (AH) $\perp$ (BC)

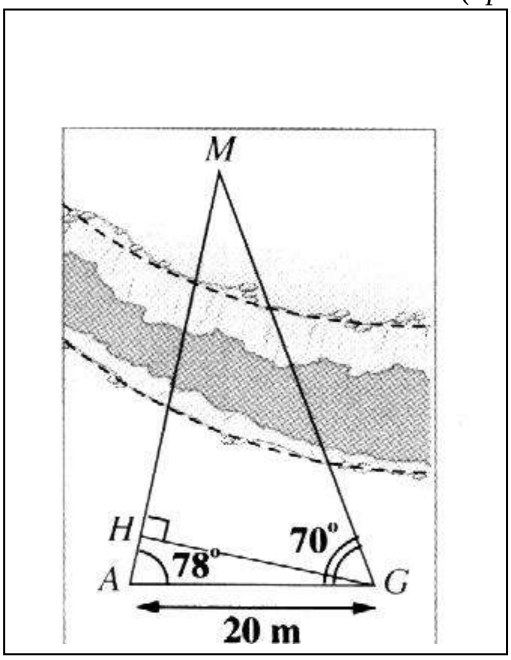
a) Calculer $\cos \widehat{BAH}$ puis l'angle $\widehat{BAH}$ au degré près.
b) Calculer la <u>valeur exacte</u> de AC.
c) Calculer BH, puis tan ABH

Exercice 3 : *(6points)*

Un géomètre veut calculer la distance entre son emplacement G et la maison M située de l'autre côté du canyon.

Pour cela il mesure la distance entre G et un point accessible A. Il trouve AG = 20 m.

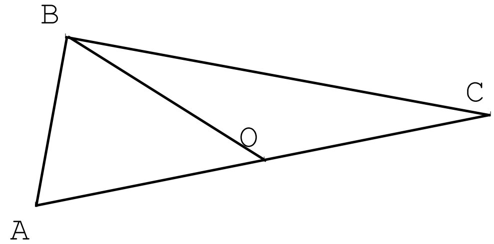
Il place son théodolite successivement en G et en A pour mesurer les angles $\widehat{MAG}$ et $\widehat{AGM}$.
Il trouve $\widehat{MAG} = 78°$ et $\widehat{AGM} = 70°$.



Calculer, en arrondissant les longueurs au centimètre :
- la longueur GH,
- l'angle AGH
- l'angle HGM
- la longueur GM.

Exercice 4 : *(5points)*

On considère le triangle ABC suivant tel que OA = OB = OC.



1) Quelle est la nature du triangle ABC ci-contre ? Justifier votre réponse.

2) Sachant que BA = 3 cm et $\widehat{BCA} = 34°$, Déterminer l'arrondi à 1 mm près de
   - la longueur AC
   - la longueur OB
   - la longueur BC.

3ème

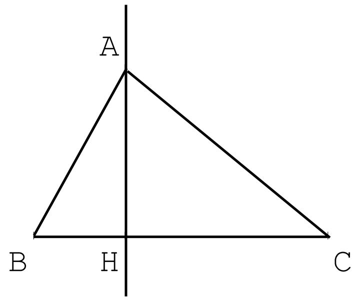
CORRIGE – M. QUET

Exercice 1 :

On calcule $\sin^2 x + \cos^2 x$ avec les valeurs proposées :

$$\left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36} + \frac{25}{36} = \frac{36}{36} = 1$$ → il existe un angle x tel que : $\sin x = \frac{\sqrt{11}}{6}$ et $\cos x = \frac{5}{6}$

Calcul de tangente : $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{\frac{\sqrt{11}}{6}}{\frac{5}{6}} = \dfrac{\sqrt{11}}{6} \times \dfrac{6}{5} = \dfrac{\sqrt{11}}{5}$



Exercice 2 :

$\sin \widehat{ACH} = \frac{4}{5}$; AB = 13 cm ; AH = 12 cm ; (AH) ⊥ (BC)

d) Dans le triangle BAH rectangle en H :

$$\cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{13}, \text{ donc } \widehat{BAH} = \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) \simeq 23°.$$

e) Dans le triangle CAH rectangle en H :

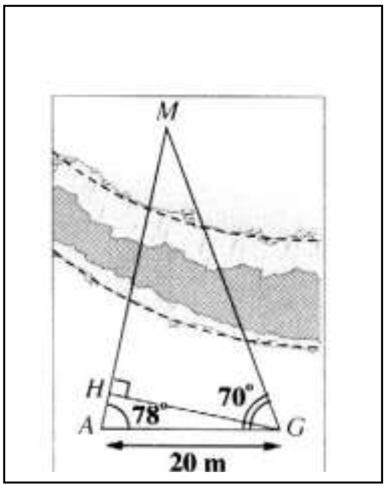
$$\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC}, \text{ soit : } \frac{4}{5} = \frac{12}{AC}. \text{ Ainsi : } AC = \frac{12 \times 5}{4} = 15 \text{ cm.}$$

f) Dans le triangle BAH rectangle en H : D'après la théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AH^2 + HB^2, \text{ soit : } HB^2 = AB^2 - AH^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 \rightarrow HB = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$$

$$\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{HB} = \frac{12}{5} = 2,4$$

Exercice 3 :



Dans le triangle AGH rectangle en H : $\sin \widehat{GAH} = \dfrac{HG}{AG}$

$$\sin 78 = \frac{HG}{20}, \text{ soit : } HG = 20 \times \sin 78 = 19,56 \text{ m.}$$

Dans le triangle AGH rectangle en H : $\widehat{AGH} = 90 - \widehat{HAH} = 90 - 78 = 12°$.

Les angles $\widehat{AGH}$ et $\widehat{HGM}$ sont adjacents, donc :

$$\widehat{AGM} = \widehat{AGH} + \widehat{HGM}, \text{ donc : } \widehat{HGM} = \widehat{AGM} - \widehat{AGH} = 70 - 12 = 58°$$

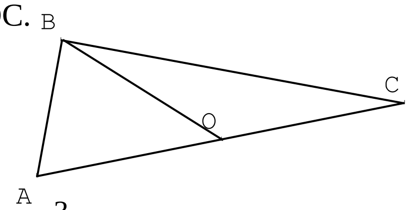
Dans le triangle GHM rectangle en H : on connaît HG et l'angle $\widehat{HGM}$

$$\cos \widehat{HGM} = \frac{HG}{GM}, \text{ soit : } \cos 58 = \frac{20 \times \sin 78}{GM}$$

Ainsi : $GM \times \cos 58 = 20 \times \sin 78$, d'où : $GM = \dfrac{20 \times \sin 78}{\cos 58} = 36,92$ m.

Exercice 4 :

On considère le triangle ABC suivant tel que OA = OB = OC.



3) OA = OB = OC donc les 3 points A, B, C sont sur un cercle de centre O.

$O \in [AC]$ donc $[AC]$ est un diamètre de ce cercle.

D'après la réciproque du théorème du cercle circonscrit :

Le triangle ABC est rectangle en B.

4) Le triangle ABC est rectangle en B, donc : $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{AC}$, donc : $\sin 34 = \dfrac{3}{AC}$,

soit : $AC = \dfrac{3}{\sin 34} = 5,4$ cm

$[BO]$ est la médiane passant par le milieu de l'hypoténuse : $OB = OC = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{5,4}{2} = 2,7$ cm.

Le théorème de Pythagore est assez long à appliquer, on lui préfère :

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}, \text{ soit : } \tan 34 = \frac{3}{BC}, \text{ soit : } BC = \frac{3}{\tan 34} = 4,4 \text{ cm.}$$